

地盤の不確定性を考慮した基礎杭の設計支援ツールの開発

Development of design support tool for foundation piles considering ground uncertainty

北九州市立大学国際環境工学部 講師 藤田慎之輔

(研究計画ないし研究手法の概略)

1. はじめに

一般に建築物の基礎杭は、杭位置に支点を設けた上部構造モデルを解析し得られた反力を元に設計を行うため、上部構造の設計が終わらないと詳細な設計を行うことができない。一方、現場において杭工事は最初に行われる躯体工事である。構造設計のプロセスにおいて最も後回しにされるものが、現場においては最初に施工されるというジレンマは、杭に対して堅牢な設計を慎重に行うという要求を困難なものとしている。そのような問題を解決するために、最適化手法を用いた基礎杭の設計手法を提案する。実際に想定される地盤や建物条件に対して同手法を適用する。

2. 基礎杭の構造設計

基礎杭の構造設計では、各杭に作用する長期/短期の設計軸力ならびに地震時に作用するせん断力を既知量として、以下の項目を満足することを確認することとなる。

1. 基礎杭の許容支持力 \geq 基礎杭に作用する軸力
2. 基礎杭の許容応力 \geq 基礎杭に作用する応力

1, 2 について満足する杭の最適断面を求めることを目的とする。ただし、本報告では、計算の簡単のため杭種は鋼管杭に限定する。2 について、地震時の曲げモーメントと軸力の合応力に対して及びせん断力に対して許容応力度設計を行う。なお、地盤の塑性化は考慮しないものとする。ここで、基礎杭に作用する軸力及び地震時のせん断力は既知量として与えられ、基礎杭に作用する応力(杭体の曲げモーメント及びせん断力)は、杭体を弾性床土上の梁と考えた伝達マトリクス法による多層地盤解析により求めるものとする[1]。

3. 基礎杭の許容支持力

基礎杭の許容支持力は杭体で決まる支持力と地盤で決まる支持力のいずれか小さい方で決定される。いずれも、基礎杭の工法や種類によって支持力の計算式が異なるが、ここでは次式によって支持力が計算される鋼管杭を想定する。

$$\begin{aligned} N_{aL} &= \max \left\{ \frac{1}{3} \alpha \cdot \bar{N} \cdot A_p, \frac{\bar{F}}{1.5} \cdot A \cdot (1 - \alpha_1) \right\} \\ N_{aS} &= \max \left\{ \frac{2}{3} \alpha \cdot \bar{N} \cdot A_p, \bar{F} \cdot A \cdot (1 - \alpha_1) \right\} \\ \bar{F} &= \begin{cases} F \cdot \left(0.8 + \frac{2.5t}{B/2} \right) \cdots & \text{if } \frac{t}{B/2} \leq 0.08 \\ F & \cdots \text{otherwise} \end{cases} \\ \alpha_1 &= \begin{cases} 0 & \cdots \text{if } l/B \leq 100 \\ \frac{l/B - 100}{100} \cdots & \text{otherwise} \end{cases} \end{aligned} \quad (1)$$

N_{aL}, N_{aS} : 長期/短期許容支持力 B, t, l, D_w : 杭の軸径, 板厚, 全長, 先端の径
 A, A_p : 杭の軸断面積, 先端部面積 \bar{N} : 先端から上下 $1D_w$ の平均N値
 F : 鋼材のF値 \bar{F} : 低減F値 α_1 : 長さ/径比による低減率
 α : 杭先端支持力係数で, 工法により異なるがここでは砂質土で184, 粘性土で150とする

長期及び短期の軸力に対し次式を満足する必要がある。

$$N_L \leq N_{aL}, \quad N_L + |N_E| \leq N_{aS} \quad (2)$$

N_L, N_E : 長期荷重時/地震時の軸力

ここで, 一般に地震時の検討は X, Y の 2 方向について正加力時と負加力時の計 4 ケースを検討するが, 地震時の軸力 N_E は X, Y の 2 方向の正加力時の軸力のうち大きい方の値であるものとする。

3. 基礎杭の許容応力

地震時の応力に対しては通常の鉄骨造の断面算定の場合と同様に次式を満足する必要がある。

$$\frac{M_{S \max}}{Z} + \frac{N_L + |N_E|}{A} \leq \bar{F} \quad (3)$$

$$\frac{2Q_{S \max}}{A} \leq f_s \quad (4)$$

$M_{S \max}$: 杭体の短期荷重時曲げモーメントの最大値 $Q_{S \max}$: 杭体の短期荷重時せん断力の最大値
 Z : 杭体の断面係数 f_s : 鋼材の許容せん断応力度で $F/\sqrt{3}$ とする

後の定式化の簡略化のため, 上式を断面力の式に変形しておく。

$$M_{S \max} \leq M_{aS}$$

$$M_{aS} = \left(\bar{F} - \frac{N_L + |N_E|}{A} \right) \cdot Z \quad (5)$$

$$Q_{S \max} \leq Q_{aS}$$

$$Q_{aS} = \frac{A \cdot f_s}{2} \quad (6)$$

片土圧を受ける建物などの特殊な場合を除き, せん断力及び曲げモーメントは地震荷重に対してのみ発生するので, 短期荷重時の曲げモーメント及びせん断力は地震時に作用する曲げモーメント及びせん断力そのものであり, 多層地盤解析[1]から計算する。

なお, 基礎杭の長さはある程度規格化されており, 杭長が長い場合は継手が出てくる。上杭と下杭の径は揃えるのが原則であるが, 板厚に関しては上杭よりも杭体曲げモーメントの小さい下杭の方を薄くすることがある。従って, 式 (5) や式 (6) は各杭について継手の数+1 個存在する (断面ごとに分けた領域で立式される)。

4. 最適化問題の定式化

以上を踏まえて, 基礎杭の最適設計問題を定式化する。最大継手数を n_j とし, 各基礎杭の断面を

上杭から順に $1, \dots, n_{j+1}$ と番号付けする。基礎杭の番号を左下添字, 各杭の断面を上杭から順に数えた番号を左上添字で表す。例えば, ${}^j_e Z$ は e 番目の基礎杭の上から j 番目の杭の断面係数となる。また, 杭断面及び杭長はあらかじめ与えられたリストから選択するものとし, 杭断面の種類数を n_p , 杭長の種類数を n_L とする。ベクトル $x \in [1, \dots, n_p]$ とベクトル $y \in [1, \dots, n_L]$ を次のように定義する。

$$x = [x_{11}, \dots, x_{1n_j+1}, x_{21}, \dots, x_{mn_j+1}]^T \quad (7)$$

$$y = [y_{11}, \dots, y_{1n_j+1}, y_{21}, \dots, y_{mn_j+1}]^T \quad (8)$$

杭断面は x によって選択されるものとする。例えば, 杭断面リストにおける杭の軸径の値を $\bar{B}_1, \dots, \bar{B}_{n_p}$ とすると, e 番目の基礎杭の上から j 番目の杭の軸径は次式で与えられる。

$${}^j_e B = \begin{cases} \bar{B}_1 & \cdots & \text{if } x_{ej} = 1 \\ \vdots & & \\ \bar{B}_{n_p} & \cdots & \text{if } x_{ej} = n_p \end{cases} \quad (9)$$

その他の断面性能も同様である。一方, 杭長は y によって選択されるものとする。例えば, 杭長リストの値を $\bar{L}_1, \dots, \bar{L}_{n_L}$ とすると, e 番目の基礎杭の上から j 番目の杭の杭長は次式で与えられる。

$${}^j_e L = \begin{cases} \bar{L}_1 & \cdots & \text{if } x_{ej} = 1 \\ \vdots & & \\ \bar{L}_{n_L} & \cdots & \text{if } x_{ej} = n_p \end{cases} \quad (10)$$

以上を踏まえ, 基礎杭に対し, \mathbf{x}, \mathbf{y} を設計変数とする次のような組合せ最適化問題を考える。

$$V = \sum_{e=1}^m \sum_{j=1}^{n_j+1} {}^j_e A \cdot {}^j_e L \quad (11a)$$

$${}^j_e N_L \leq {}^j_e N_{aL} \quad \begin{matrix} e = 1, \dots, m \\ j = 1, \dots, n_j + 1 \end{matrix} \quad (11b)$$

$${}^j_e N_S \leq {}^j_e N_{aS} \quad \begin{matrix} e = 1, \dots, m \\ j = 1, \dots, n_j + 1 \end{matrix} \quad (11c)$$

$${}^j_e M_S \leq {}^j_e M_{aS} \quad \begin{matrix} e = 1, \dots, m \\ j = 1, \dots, n_j + 1 \end{matrix} \quad (11d)$$

$${}^j_e Q_S \leq {}^j_e Q_{aS} \quad \begin{matrix} e = 1, \dots, m \\ j = 1, \dots, n_j + 1 \end{matrix} \quad (11e)$$

$${}^i_e B = {}^{i+1}_e B \quad \begin{matrix} e = 1, \dots, m \\ i = 1, \dots, n_j \end{matrix} \quad (11f)$$

$$\frac{e^l}{j^l} \leq 130 \quad \begin{matrix} e = 1, \dots, m \\ j = 1, \dots, n_j \end{matrix} \quad (11g)$$

この最適化問題は, 杭断面と杭長の組み合わせを設計変数とし, 支持力及び応力の制約条件の下で, 基礎杭の総体積を最小化する問題である。ただし, 施工上の制約条件として, 継杭となる場合にはすべて同一径とするような制約条件 (11f) を課している。また, 極端に杭長/径比が大きい場合も

施工時のトルク荷重に耐えられないため、制約条件 (11g) によって杭長/径比を130以下に制約することとした。本研究ではこの最適化問題をMixed Integer Distributed Ant Colony Optimizationを用いて解く。

4. 数値解析例

例として、次のような条件の基礎を考える。

1. 上部構造からの地震時せん断力は $Q = 1000\text{kN}$ とする。
2. 基礎杭は全部で 6 か所施工され、平面的な杭配置はあらかじめ決められており、軸力 N_L および N_E はTable 1 の通り与えられている (引き抜きは生じない設定としている)。
3. 継手は最大 1 か所まで ($n_j = 1$) とする。
4. 杭の長さ (全長ではない) は 0.0m, 1.5m, 3m, 4.5m, 6m のいずれかとする。
5. 杭の断面種類は全部で 22 種類とし、Table 2 から選択されるものとし、地盤データは Table 3のものを用いる。
6. 杭の F 値は 325N/mm^2 , ヤング係数は 210GPa とする。

3,4 に関し、継手が 1 箇所までであることから、杭の全長は自動的に 0~12m に制限される。5 に関し、断面積 A および断面係数 Z は径 B と板厚 t により従属的に決定される。7 に関し、同一層内では N 値は一定とする。また、杭頭レベルは 6 か所すべて同一とし、深度は杭頭レベルを 0.0m として原点にとる。

Table 1: 基礎杭に作用する軸力

杭番号 e	1	2	3	4	5	6
N_L [kN]	270	520	260	280	480	250
N_E [kN]	250	250	250	-250	-250	-250
N_L [kN]	170	330	180	140	270	190
N_E [kN]	150	250	150	-150	-250	-150

Table 3: 柱状図データ

層厚[m]	N 値	土質
1	5	砂質
1	1	砂質
1	3	砂質
1	4	粘性
1	3	粘性
1	5	砂質
1	6	砂質
1	30	砂質
1	40	砂質
1	25	砂質
1	60	粘性
1	50	粘性
1	45	粘性
1	55	粘性
1	60	粘性
1	60	粘性
1	60	粘性
1	60	粘性
1	60	粘性
1	60	粘性
1	60	粘性
1	60	粘性
1	60	粘性

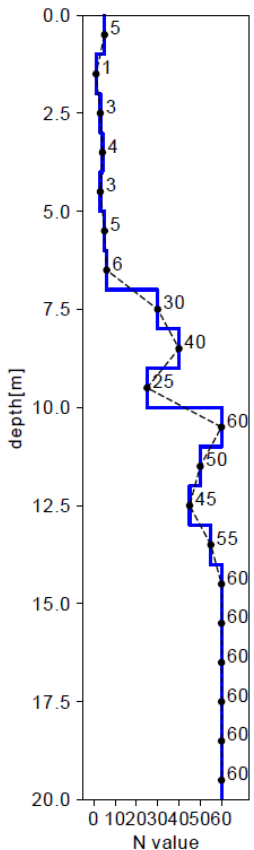


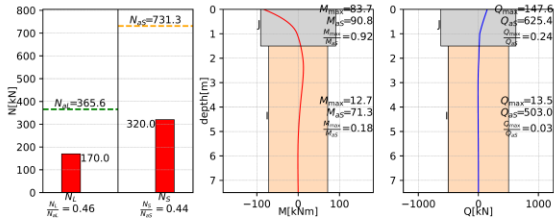
Table 2: 杭断面と地盤

x	符号	B [mm]	t [mm]	A_p [mm ²]	D_w [mm]	A [mm ²]	Z [mm ³]
1	A	114.3	4.5	51400	256.9	1552	41001
2	B	114.3	6	51400	256.9	2041	52530
3	C	139.8	4.5	78000	314.7	1913	62686
4	D	139.8	6.6	78000	314.7	2762	87842
5	E	165.2	5	108900	372.3	2516	97827
6	F	165.2	7.1	108900	372.3	3526	133662
7	G	190.7	5.3	156200	446.0	3087	139219
8	H	190.7	7	156200	446.0	4040	178976
9	I	216.3	8.2	199300	503.7	5361	268743
10	J	216.3	10.3	199300	503.7	6666	327761
11	K	216.3	12.7	199300	503.7	8123	390712
12	L	267.4	8	288400	606.0	6519	410527
13	M	267.4	9.3	288400	606.0	7541	470261
14	N	267.4	12.7	288400	606.0	10162	617871
15	O	318.5	10.3	405800	729.9	9973	744390
16	P	318.5	12.7	405800	729.9	12201	897109
17	Q	355.6	9.5	422800	745.0	10329	870530
18	R	355.6	12.7	422800	745.0	13681	1132478
19	S	400.0	9.0	510500	818.6	11055	1056897
20	T	400.0	12.0	510500	818.6	14627	1377595
21	U	406.4	9.5	510500	818.6	11846	1148555
22	V	406.4	12.7	510500	818.6	15708	1499298

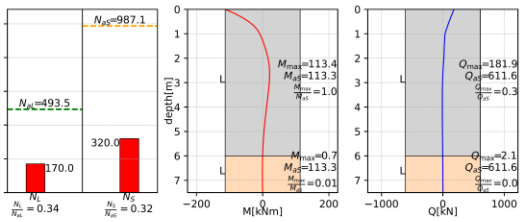
(実験調査によって得られた新しい知見)

4. 数値解析結果

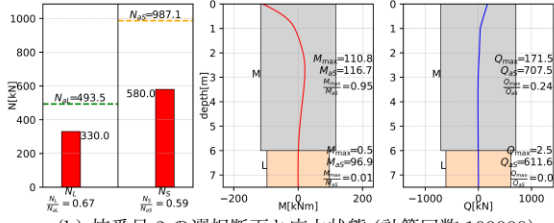
図1, 2にそれぞれ最適化の繰り返し計算回数100000回, 500000回時点での最適化結果を示す。



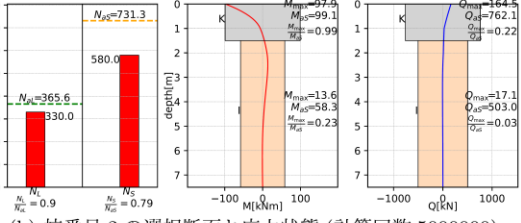
(a) 杭番号 1 の選択断面と応力状態 (計算回数 100000)



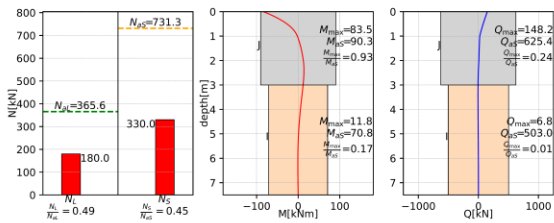
(a) 杭番号 1 の選択断面と応力状態 (計算回数 5000000)



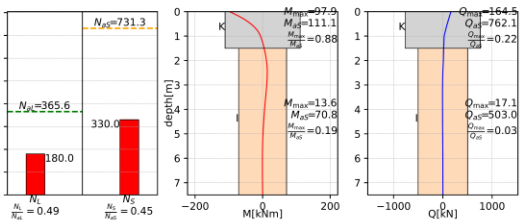
(b) 杭番号 2 の選択断面と応力状態 (計算回数 100000)



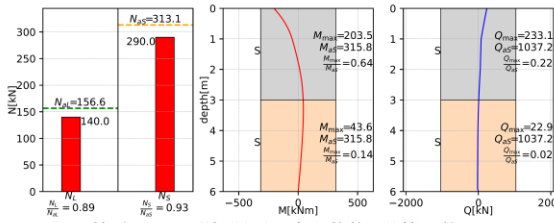
(b) 杭番号 2 の選択断面と応力状態 (計算回数 5000000)



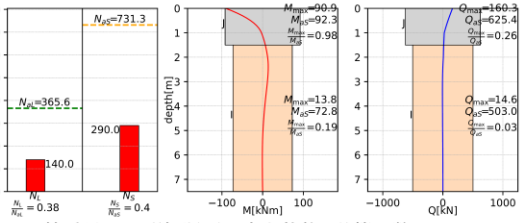
(c) 杭番号 3 の選択断面と応力状態 (計算回数 100000)



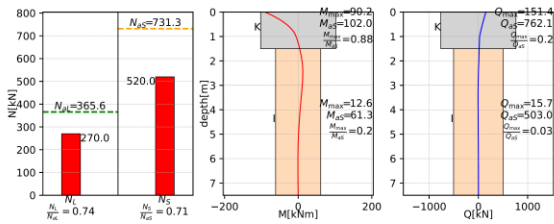
(c) 杭番号 3 の選択断面と応力状態 (計算回数 5000000)



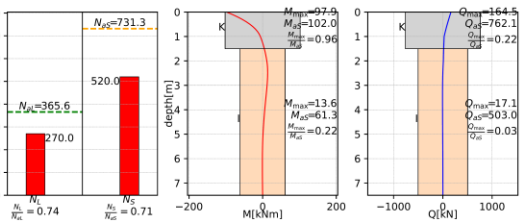
(d) 杭番号 4 の選択断面と応力状態 (計算回数 100000)



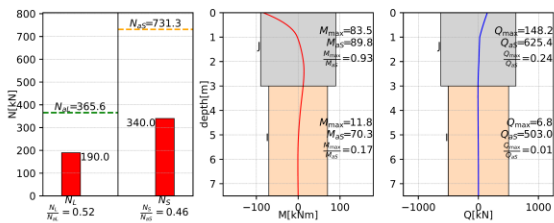
(d) 杭番号 4 の選択断面と応力状態 (計算回数 5000000)



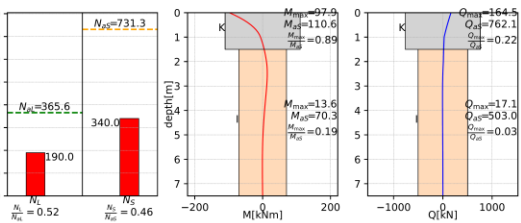
(e) 杭番号 5 の選択断面と応力状態 (計算回数 100000)



(e) 杭番号 5 の選択断面と応力状態 (計算回数 5000000)



(f) 杭番号 6 の選択断面と応力状態 (計算回数 100000)



(f) 杭番号 6 の選択断面と応力状態 (計算回数 5000000)

図 1: 計算回数 100000 時点での最適化結果
 $V = 0.298[m^2]$

図 2: 計算回数 5000000 時点での最適化結果
 $V = 0.268[m^2]$

各図において左が軸力図，中央が曲げモーメント図，右がせん断力図となっており，それぞれの応力と許容応力の値ならびにそれらの比である検定比が記述されている。軸力図の棒グラフは長期/短期の存在軸力値を示し，緑及びオレンジの点線は長期/短期の許容軸力を示している。曲げモーメント図の赤線は短期荷重時の存在曲げモーメントを示しており，グレー及び肌色の矩形は上杭及び下杭の短期許容曲げモーメントを示している。また，選択された杭断面符号も記入されている。せん

断力図の青線は短期荷重時の存在せん断力を示しており、グレー及び肌色の矩形は上杭及び下杭の短期許容せん断力を示している。また、選択された杭断面符号も記入されている。

計算回数100000回時点での最適解は、概ね応力に応じた合理的な断面が選択されている。ただし、杭番号4の杭断面に非常に大きな断面が選択されており、杭長を短くすることで一定の合理化は図られているものの、曲げモーメント値にはかなり余裕のある断面となっており、もう少し杭長を長くして断面を絞った方が総体積の削減につながると推察されることなどから、最適化計算が十分に進んでいないものと考えられる。杭の総体積は $V=0.298\text{m}^3$ となった。検定比はすべて1を下回っており、J-I, M-L, K-Iの上杭-下杭の組み合わせはすべて同径断面となっており、制約条件をすべて満たしている実行可能解であることが確認できる。なお、杭番号4は上下で同じ断面が選択されているので、継手のないシームレス断面である。

さらに最適化計算を進め、繰返し計算回数500000回となった時の最適解では、杭番号4を除き、許容曲げモーメント値の高い杭は上杭の1.5m範囲にのみ選択され、下杭は断面積の極力小さいものが選択されており、極めて経済的な設計解となっていることが確認できる。杭の総体積も $V=0.268\text{m}^3$ となり、より低減されている。杭番号4については、検定比が1.0となっていることから、断面Kでは耐力が不足するために断面Lが選択されており、断面Lは267.4mmの径を有する杭の中で最も板厚の薄い断面であることから、上杭と下杭の径を揃える制約により、下杭についても断面Lが選択され、継手のないシームレス断面となっていると考えられる。合計で24時間(86400秒)、繰返し計算回数2000000回以上の最適化計算を続けたが、繰返し計算回数5000000回時点での最適解を上回る優良解は獲得できなかったことから、当該解は概ね大域的最適解である可能性が高い。

5. まとめ

本研究により、以下の知見が得られた。

- ・基礎杭の最適設計問題は、本論文で示した定式化によって、杭の断面種別ならびに杭長を設計変数とした組み合わせ最適化問題へ帰着でき、継手の有無や、上杭と下杭の杭径の連続性、施工時トルク荷重を考慮した杭長/径比の限度など、実務的な制約を詳細に考慮可能。
- ・最適化アルゴリズムとして発見的手法の一種である MIDACO を採用し、本論文で定式化した基礎杭の最適設計問題を説いた結果、有限時間内に極めて優良な設計解を得ることが可能。

本研究では、地盤の不確定性を最適設計問題の中に具体的に考慮することは行っていないが、地盤情報の入力データにばらつきを与えるなどして本手法を複数回適用することで、地盤の不確定性を考慮することは容易であると考えられる。また、前述したように、継手の有無や、上杭と下杭の杭径の連続性、施工時のトルク荷重を考慮した杭長/径比の限度など、かなり細かい制約条件を導入した最適化問題を MIDACO によって有効に解けることが本研究から明らかとなったことから、当該最適化問題に地盤の不確定性に関する制約条件をあらかじめ付加したとしても、最適化問題の解の収束安定性は損なわれないものと推察される。

(発表論文)

藤田慎之輔：基礎杭の最適設計手法の提案と実践，第41回情報・システム・利用・技術シンポジウム，2018.12

藤田慎之輔：混合整数計画問題として定式化された基礎杭の最適設計法，第58回日本建築学会九州支部研究発表会，2019.3